2019年度　大阪府公立高校入試問題（C問題）

60分
90点

1　次の問いに答えなさい。

(1)　$x = 5 - 2\sqrt{3}$ のとき，$x^2 - 10x + 2$ の値を求めなさい。

(2)　方程式 $x - y + 1 = 3x + 7 = -2y$ を解きなさい。

(3)　$(a + 2b)^2 + a + 2b - 2$ を因数分解しなさい。

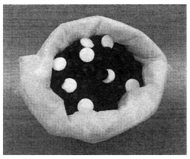
(4)　次のア～カの式のうち，三つの数 $\sqrt{31}$，$\frac{8}{\sqrt{2}}$，5.5 の大小関係を正しく表しているものはどれですか。一つ選び，記号を○で囲みなさい。

ア　$\sqrt{31} < \frac{8}{\sqrt{2}} < 5.5$　　イ　$\sqrt{31} < 5.5 < \frac{8}{\sqrt{2}}$　　ウ　$\frac{8}{\sqrt{2}} < \sqrt{31} < 5.5$

エ　$\frac{8}{\sqrt{2}} < 5.5 < \sqrt{31}$　　オ　$5.5 < \sqrt{31} < \frac{8}{\sqrt{2}}$　　カ　$5.5 < \frac{8}{\sqrt{2}} < \sqrt{31}$

(5)　A，B二つのさいころを同時に投げ，Aのさいころの出る目の数を a，Bのさいころの出る目の数を b とするとき，$\frac{2b}{a}$ が素数である確率はいくらですか。1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとして答えなさい。

(6)　袋の中に黒色の碁石と白色の碁石がたくさん入っている。この袋の中から40個の碁石を無作為に抽出したところ，黒色の碁石が32個であり，白色の碁石が8個であった。取り出した40個の碁石を袋に戻し，新たに100個の白色の碁石を袋に加えてよくかき混ぜた後，再びこの袋の中から40個の碁石を無作為に抽出したところ，黒色の碁石が28個であり，白色の碁石が12個であった。次の文中の [　　] に入れるのに適している自然数を書きなさい。



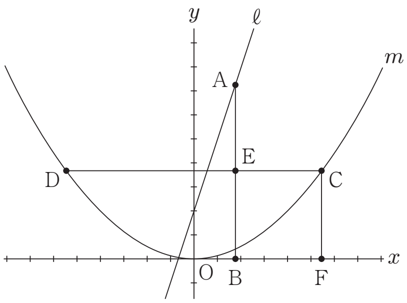
> 標本調査の考え方を用いると，袋の中に初めに入っていた黒色の碁石の個数は，およそ [　　] 個であると推定できる。

(7)　連続する二つの奇数のうち，小さい方の数を a，大きい方の数を b とするとき，次の二つの条件を同時に満たす a，b の値をそれぞれ求めなさい。

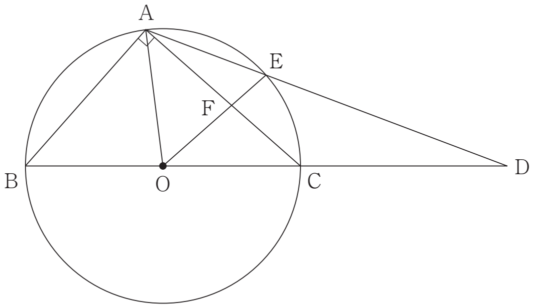
・$0 < a < 100$ であり，$0 < b < 100$ である。

・$b^2 - a^2$ の値は 100 の倍数である。

(8)　右図において，m は関数 $y = \frac{1}{8}x^2$ のグラフを表し，ℓ は関数 $y = 3x + 2$ のグラフを表す。A は ℓ 上の点であり，その x 座標は正である。A の x 座標を t とし，$t > 0$ とする。B は x 軸上の点であり，B の x 座標は A の x 座標と等しい。A と B とを結ぶ。C，D は m 上の点であって，C の x 座標は正であり，D の x 座標は負である。C の y 座標と D の y 座標とは等しい。C と D とを結ぶ。E は直線 CD と直線 AB との交点であり，DE = AB である。このとき，E の x 座標は C の x 座標より小さい。F は x 軸上の点であり，F の x 座標は C の x 座標と等しい。C と F とを結ぶ。EC = CF であるときの t の値を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。



2　右図において，△ABC は∠BAC = 90°，BC = 8 cm，AB < AC の直角三角形である。点 O は，3 点 A，B，C を通る円の中心である。このとき，O は辺 BC の中点である。A と O とを結ぶ。D は直線 BC 上にあって C について B と反対側にある点であり，CD = CA である。D と A とを結ぶ。E は，線分 AD と円 O との交点のうち A と異なる点である。E と O とを結ぶ。F は，線分 EO と辺 AC との交点である。



円周率を π として，次の問いに答えなさい。

(1)　△OAB の内角∠AOB の大きさを a° とするとき，半周より短い弧$\overset{\frown}{AB}$の長さを a を用いて表しなさい。

(2)　FO = FC であることを証明しなさい。

(3)　AC = 6 cm であるとき，

①　線分 FC の長さを求めなさい。

②　△AOF の面積を求めなさい。

3 図Ⅰ，図Ⅱにおいて，立体 AB—CDEF は五つの平面で囲まれてできた立体である。四角形 CDEF は，CD = 4 cm，DE = 5 cm の長方形である。四角形 ADEB は AB ∥ DE の台形であり，AB = 3 cm，AD = BE = 8 cm である。四角形 ACFB は，四角形 ADEB と合同な台形である。△ACD は AC = AD の二等辺三角形であり，△BFE は BF = BE の二等辺三角形である。

次の問いに答えなさい。

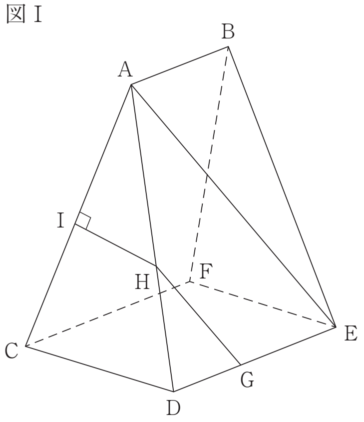
(1) 図Ⅰにおいて，A と E とを結ぶ。G は辺 DE 上の点であり，GE = 3 cm である。H は，G を通り線分 AE に平行な直線と辺 AD との交点である。I は，H から辺 AC にひいた垂線と辺 AC との交点である。

① △AEB の面積を求めなさい。

② 線分 AH の長さを求めなさい。

③ 線分 IH の長さを求めなさい。

図Ⅰ

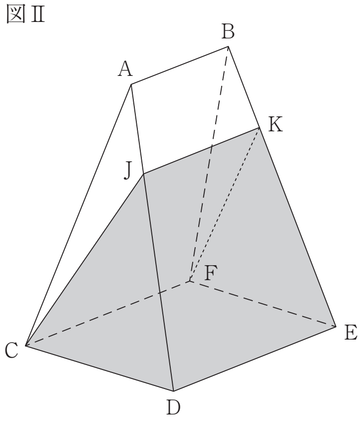


(2) 図Ⅱにおいて，J，K はそれぞれ辺 AD，BE 上の点であり，AJ = BK = 2 cm である。このとき，4 点 C，J，K，F は同じ平面上にあり，この 4 点を結んでできる四角形 CJKF は JK ∥ CF の台形であって，JC = KF である。

① 線分 JK の長さを求めなさい。

② 立体 JK—CDEF の体積を求めなさい。

図Ⅱ



2019年度 大阪府公立高校入試問題（C問題）

1 (1) -11　(2) $(x=)-5$　$(y=)4$　(3) $(a+2b+2)(a+2b-1)$　(4) オ　(5) $\frac{1}{4}$　(6) 560

(7) $(a=)49$　$(b=)51$　(8) (tの値) $\sqrt{3}$

≪解説≫

(1) 与式$=x^2-10x+25-25+2=(x-5)^2-23=(5-2\sqrt{3}-5)^2-23=(-2\sqrt{3})^2-23=12-23=-11$

(2) $x-y+1=-2y$より，$x+y=-1$……㋐，$x-y+1=3x+7$より，$-2x-y=6$……㋑とする。㋐＋㋑より，$x=-5$　これを㋐に代入して，$-5+y=-1$より，$y=4$

(3) $a+2b=\mathrm{X}$とおいて，与式$=\mathrm{X}^2+\mathrm{X}-2=(\mathrm{X}+2)(\mathrm{X}-1)=(a+2b+2)(a+2b-1)$

(4) 三つの数はすべて正の数なので，2乗しても大小関係は変わらない。よって，$(\sqrt{31})^2=31$，$\left(\frac{8}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{64}{2}=32$，$5.5^2=30.25$より，$5.5<\sqrt{31}<\frac{8}{\sqrt{2}}$

(5) 二つのさいころの目の出方は全部で，$6\times6=36$（通り）　このうち，$\frac{2b}{a}$が素数になるのは，$(a,\ b)=(1,\ 1)$，$(2,\ 2)$，$(2,\ 3)$，$(2,\ 5)$，$(3,\ 3)$，$(4,\ 4)$，$(4,\ 6)$，$(5,\ 5)$，$(6,\ 6)$の9通りだから，確率は，$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

(6) 初めの袋の中の碁石の個数をx個とする。黒色の碁石の個数は，100個の白色の碁石を加える前が，$x\times\frac{32}{40}=\frac{4}{5}x$（個），加えた後が，$(x+100)\times\frac{28}{40}=\frac{7}{10}(x+100)$（個）と表せる。黒色の碁石の個数は変わらないから，$\frac{4}{5}x=\frac{7}{10}(x+100)$が成り立つ。これを解くと，$x=700$　よって，黒色の碁石の個数は，およそ，$700\times\frac{4}{5}=560$（個）と推定できる。

(7) $b=a+2$だから，$b^2-a^2=(a+2)^2-a^2=4a+4=4(a+1)$　これが100の倍数なので，$(a+1)$は25の倍数。よって，あてはまるaの値は，24，49，74，99。このうち，24，74は偶数なので，条件に合わない。また，$a=99$のとき，$b=99+2=101$となり，条件に合わない。$a=49$のとき，$b=49+2=51$となり，条件に合う。

(8) A$(t,\ 3t+2)$だから，AB$=3t+2$（cm）　Eのx座標はtであり，DE$=$ABだから，Dのx座標は，$t-(3t+2)=-2t-2=-(2t+2)$　これより，Cのx座標は$2t+2$

だから，EC ＝$(2t+2)-t=t+2$ (cm)　C は m 上の点だから，C の y 座標は，$y=\frac{1}{8}(2t+2)^2=\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$　よって，CF ＝ $\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$ (cm)　EC ＝ CF だから，$t+2=\frac{1}{2}t^2+t+\frac{1}{2}$ が成り立つ。これを解くと，$t=\pm\sqrt{3}$　$t>0$ より，$t=\sqrt{3}$

2　(1) $\frac{1}{45}\pi a$ (cm)

(2) 一つの弧に対する中心角の大きさは，その弧に対する円周角の大きさの 2 倍だから，∠FOC ＝ 2 ∠CAE……㋐　△CDA は，CD ＝ CA の二等辺三角形だから，∠CDA ＝∠CAE……㋑　∠FCO は△CDA の頂点 C における外角だから，∠FCO ＝∠CDA ＋∠CAE……㋒　㋑，㋒より，∠FCO ＝ 2 ∠CAE……㋓　㋐，㋓より，∠FOC ＝∠FCO　よって，△FOC は二等辺三角形だから，FO ＝ FC

(3) ① $\frac{8}{3}$ (cm)　② $\frac{5\sqrt{7}}{3}$ (cm^2)

≪解説≫

(1) 半径が，$8\times\frac{1}{2}=4$ (cm)，中心角が $a°$ のおうぎ形の弧の長さだから，$2\pi\times4\times\frac{a}{360}=\frac{1}{45}\pi a$ (cm)

(3)① △OAC と△FOC はともに二等辺三角形で，∠OCA ＝∠FCO だから，△OAC ∽△FOC　よって，OC : AC ＝ FC : OC だから，4 : 6 ＝ FC : 4 より，FC ＝ $\frac{4\times4}{6}=\frac{8}{3}$ (cm)

② △AOF : △AOC ＝ AF : AC ＝ $\left(6-\frac{8}{3}\right)$: 6 ＝ 5 : 9 だから，△AOF ＝ $\frac{5}{9}$△AOC ＝ $\frac{5}{9}\times\frac{1}{2}$△ABC ＝ $\frac{5}{18}$△ABC　ここで，△ABC において，三平方の定理より，AB ＝ $\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$ (cm)　よって，△ABC ＝ $\frac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times6=6\sqrt{7}$ (cm^2) だから，△AOF ＝ $\frac{5}{18}\times6\sqrt{7}=\frac{5\sqrt{7}}{3}$ (cm^2)

3　(1) ① $\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$ (cm^2)　② $\dfrac{24}{5}$ (cm)　③ $\dfrac{3\sqrt{15}}{5}$ (cm)　(2) ① $\dfrac{7}{2}$ (cm)　② $\dfrac{27\sqrt{59}}{4}$ (cm^3)

≪解説≫

(1)① 四角形ADBEはAD = BEの台形だから，次図1のように2点A，Bからそれぞれ辺DEに垂線AL，BMをひくと，DL = EM = $(5-3)\times\dfrac{1}{2} = 1$ (cm)となる。△BMEにおいて，三平方の定理より，BM = $\sqrt{\mathrm{BE}^2-\mathrm{EM}^2} = \sqrt{8^2-1^2} = 3\sqrt{7}$ (cm)　よって，△AEB = $\dfrac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{7} = \dfrac{9\sqrt{7}}{2}$ (cm^2)

② HG∥AEより，AH : AD = EG : EDだから，AH : 8 = 3 : 5　よって，AH = $\dfrac{8\times 3}{5} = \dfrac{24}{5}$ (cm)

③ AからCDに垂線ANをひくと，CN = $\dfrac{1}{2}$CD = 2 (cm)だから，△ACNにおいて，AN = $\sqrt{\mathrm{AC}^2-\mathrm{CN}^2} = \sqrt{8^2-2^2} = 2\sqrt{15}$ (cm)　よって，△ACD = $\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15}$ (cm^2)　△ACH : △ACD = AH : AD = $\dfrac{24}{5}$: 8 = 3 : 5だから，△ACH = $4\sqrt{15}\times\dfrac{3}{5} = \dfrac{12\sqrt{15}}{5}$ (cm^2)　したがって，△ACHの面積について，$\dfrac{1}{2}\times 8\times \mathrm{IH} = \dfrac{12\sqrt{15}}{5}$が成り立つから，これを解いて，IH = $\dfrac{3\sqrt{15}}{5}$ (cm)

(2)① 次図2のように，JKとAL，BMの交点をそれぞれO，Pとする。JK∥DEより，JO : DL = AJ : AD = 2 : 8 = 1 : 4だから，JO = $\dfrac{1}{4}$DL = $\dfrac{1}{4}$ (cm)　同様に，KP = $\dfrac{1}{4}$cm　OP = AB = 3cmだから，JK = $\dfrac{1}{4}+3+\dfrac{1}{4} = \dfrac{7}{2}$ (cm)

② 次図3のように，JからDE，CFに垂線JQ，JRをそれぞれひき，KからDE，CFに垂線KS，KTをそれぞれひくと，立体JK—CDEFは，三角柱JRQ—KTSと2つの合同な四角錐J—CDQR，K—EFTSに分けられる。ここで，LからCDに平行な線をひきCFとの交点をUとし，JからRQに垂線JV，AからULに垂線AWをひく。△AULはAU = ALの二等辺三角形だから，WL = $\dfrac{1}{2}$UL = 2 (cm)　図1より，AL = BM = $3\sqrt{7}$ (cm)だから，△AWLにおいて，AW = $\sqrt{\mathrm{AL}^2-\mathrm{WL}^2} = \sqrt{(3\sqrt{7})^2-2^2} = \sqrt{59}$ (cm)　このとき，JV : AW = JD : AD = 3 : 4だから，JV = $\dfrac{3}{4}$AW = $\dfrac{3\sqrt{59}}{4}$ (cm)　よって，三角柱JRQ—KTSの体積は，$\left(\dfrac{1}{2}\times 4\times\dfrac{3\sqrt{59}}{4}\right)\times$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{21\sqrt{59}}{4}$ (cm^3)　また，(DQ + SE)の長さは，DE − QS = DE − JK = 5 − $\dfrac{7}{2} = \dfrac{3}{2}$ だから，四角錐 J―CDQR，K―EFTS の体積の和は，$\dfrac{1}{3} \times \left(4 \times \dfrac{3}{2}\right) \times \dfrac{3\sqrt{59}}{4} = \dfrac{3\sqrt{59}}{2}$ (cm^3)　したがって，求める体積は，$\dfrac{21\sqrt{59}}{4} + \dfrac{3\sqrt{59}}{2} = \dfrac{27\sqrt{59}}{4}$ (cm^3)

図 1

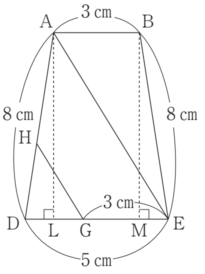


図 2

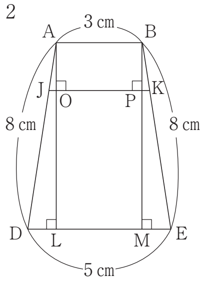
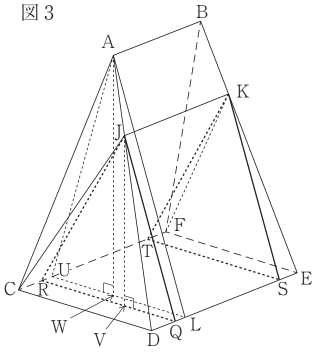



図 3